PREGUNTA 1(ANÁLISIS)

1. Se quieren fabricar latas de refresco cilíndricas de $500cm^3$, de manera que el coste de la chapa sea mínimo. Halla las dimensiones de la lata.

2. Una imprenta recibe el encargo de realizar una tarjeta rectangular con las siguientes características: la superficie rectangular que debe ocupar la zona impresa es de 100 cm^2, el margen superior tiene que ser de 2 cm, el inferior de 3 cm y los laterales de 5 cm cada uno. Calcula si es posible, las dimensiones que debe tener la tarjeta de forma que se utilice la menos cantidad de papel posible. Si es posible, determina la base "x" para que el perímetro sea mínimo.

3. Se quiere fabricar una caja abierta de chapa con base cuadrada y con 32 litros de capacidad. Halla las dimensiones de la caja que precisa la menor cantidad de chapa.

4. Se quiere construir un bote de conservas cilíndrico, con tapa, de un litro de capacidad. Calcula las dimensiones del bote para que en su construcción se utilice la menor cantidad posible de hojalata.

5. Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en un triángulo isósceles de 6 metros de base (el lado desigual) y 4 metros de alto.

6. Sea $f : R \rightarrow R$ la función dada por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Halla los coeficientes a, b, c y d sabiendo que f presenta un extremo local en el punto de abscisa x = 0, que (1,0) es punto de inflexión de la gráfica de f y que la pendiente de la recta tangente en dicho punto es -3.

7. Calcula el valor de a,b y c para que la curva $y=x^3+ax^2+bx+c$ tenga un punto de inflexión en (0,1) y la pendiente a la curva en ese punto sea 2.

8. Sabiendo que $\lim_{x\to 0}\frac{ax^2+bx+1-\cos x}{senx^2}$ es finito e igual a uno, calcula los valores de a y b.

9. Sabiendo que $\lim_{x\to 0}\frac{asenx-xe^x}{x^2}$ es finito, calcula el valor de a y el de dicho límite.

10. Sea la función f definida por f(x)= $\frac{e^{-x}}{1-x}$ con $x\neq 1$

    a) Estudia las asíntotas de la gráfica de la función f.

    b) Halla los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

11. Calcular la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y área máxima.

12. Sea f la función definida para $x \neq 1$ por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$

Miguel Ángel Ranea Martín

(a) Halla las asíntotas de la gráfica de f.
(b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f
(c) Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f.
(d) Esboza la gráfica de f.

13. Dada la función $f(x)=\left\{\begin{array}{lr} \frac{\ln(1+ax)-bx}{x^2} & si\ 1+ax>0\ y\ x\neq 0 \\ -\frac{1}{2} & si\ x=0 \end{array}\right\}$ Halla los valores de a y b para que f sea continua en x=0.

14. Considera la función $f(x)=\frac{ax^3}{(x-b)^2}$ para x≠b. Encuentra los valores de a y b sabiendo que la recta y=2x-4 es un asíntota de la gráfica de f .

15. Halla a y b sabiendo que es continua la función f : R → R definida como

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+\cos x-ae^x}{x^2} & \text{si } x\neq 0 \\ b & \text{si } x=0 \end{cases}$$

16. Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-e^x+ax}{x.senx}$, es finito, calcula a y el valor del límite.

17. Sea f la función definida por $f(x) = x.e^{\frac{1}{x}}$ para x ≥ -1, x ≠ 0.
   a) Calcula los límites laterales de f en x = 0.
   b) Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

18. Sea f : R → R la función definida por $f(x) = x^2 - |x|$.
   a) Estudia la derivabilidad de f.
   b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.
   c) Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

19. Sea f : R → R la función definida por $f(x) = |x^2 - 4|$.
   a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
   b) Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = −1.

20. Considera la función f : R → R definida por $f(x) = \dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$.
   (a) Estudia y determina los intervalos de crecimiento y los intervalos de decrecimiento de f. Calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan)
   (b) Halla la ecuación normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0.

Miguel Ángel Ranea Martín