PREGUNTA 2 (ANÁLISIS)

1. Calcula las siguientes integral:

   $\int \frac{e^x}{1-\sqrt{e^x}}dx$ Cambio $e^x = t^2$

2. Calcula la siguiente integral

   $\int x.arctgx dx$

3. Calcula $\int \frac{dx}{2x(x+\sqrt{x})}$. (Sugerencia: cambio de variable $t^2 = x$)

4. Calcula $\int \frac{-x^2}{x^2+x-2}dx$

5. Calcula $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$ (sugerencia $t^4 = x$)

6. Sea f : IR→IR la función definida por: $f(x)=x^3-4x$

   a) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.

   b) Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta y=-x-2 , determinando los puntos de corte de ambas gráficas.

   c) Calcula el área del recinto anterior.

7. Dadas las rectas $y=-x^2+1$ y la recta y=a, donde a<0, determina el valor de a de modo que el área entre la curva y la recta sea $\frac{8\sqrt{2}}{3}u^2$

8. Sea f : IR→IR definida por $f(x)=x^2\cos x$.
   a) Calcula las primitivas de f.
   b) Determine una primitiva de f que pase por (π,0).

9. Determina la función f : (0,∞) → R sabiendo que f ''(x) = ln(x) y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto P(1,2).

10. Determina la función f : R → R tal que $f''(x) = -2\,\text{sen}(2x)$, f(0) = 1 y f(π/2) = 0.

11. Sea f : R → R la función definida por $f(x) = e^x \cdot \cos(x)$.

a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0.

b) Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (0, 0).

12. Considera la función dada por $f(x) = \sqrt{3+|x|}$ para x ∈ [−3,3].

    a) Expresa la función f definida a trozos.

    b) Halla $\int_{-3}^{3} f(x)dx$

Miguel Ángel Ranea Martín

13. Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de una función f en el punto de abscisa x = 1 sabiendo que f(0) = 0 y f '(x) = $\frac{(x-1)^2}{x+1}$ para x > - 1.

14. Sea f: (0,+∞) → R la función dada por f(x) = ln(x)
(a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.
(b) Esboza el recinto comprendido entre la gráfica de f, la recta y = x - 1 y la recta x = 3. Calcula su área.

15. Sea f: R → R la función dada por f(x) = $\frac{2x}{(x+1)^2}$. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje de abscisas y las rectas x = 0 y x = 1.

16. Sean f : R → R y g : R → R las funciones definidas por f(x) = |x(x – 2)| y g(x) = x + 4.
a) Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes. Calcula el punto de corte entre ambas gráficas.
b) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

17. Sea g : R → R definida por g(x) = ln(x^2 + 1). Calcula la primitiva de g cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas.

18. Considera la región limitada por las curvas y = x^2 e y = - x^2 + 4x.
(a) Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte de ambas curvas.
(b) Expresa el área como una integral.
(c) Calcula el área.

19. Sean f y g las funciones definidas por f(x) = 2 − x y g(x) = $\frac{2}{x+1}$ para x $\neq -1$.
a) Calcula los puntos de corte entre las gráficas de f y g.
b) Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes.
c) Halla el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

20. Calcula el valor de a > 1 sabiendo que el área del recinto comprendido entre la parábola y = -x^2 + ax y la recta y = x es 4/3 .

21. Sea f la función definida por f(x) = $\frac{x^2+1}{x^2.(x-1)}$ para x ≠ 0 y x ≠ 1 y sea F la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto P(2,ln(2))
a) Calcula la recta tangente a la gráfica de F en el punto P.
b) Determina la función F.